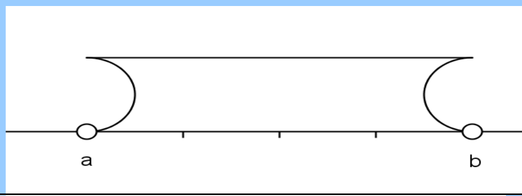
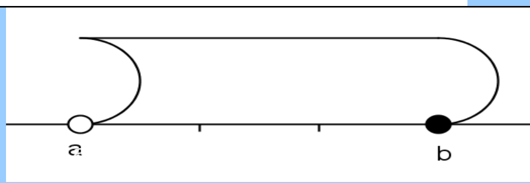
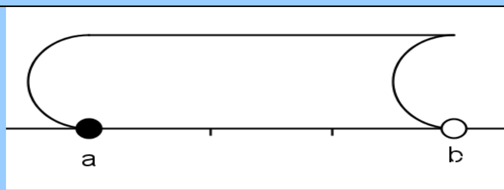
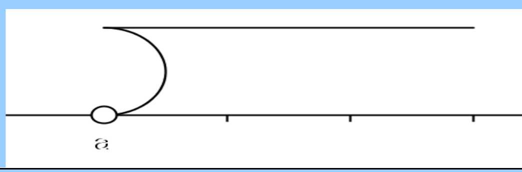
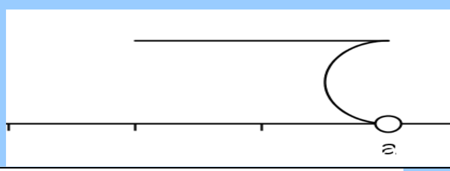
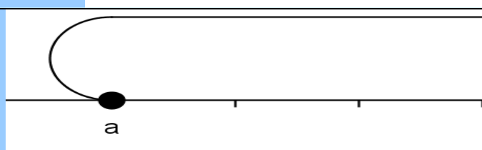
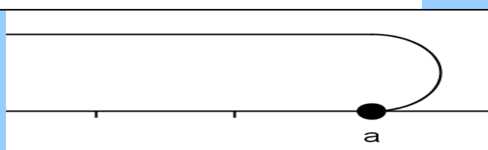
1.8. PRZEDZIAŁY LICZBOWE

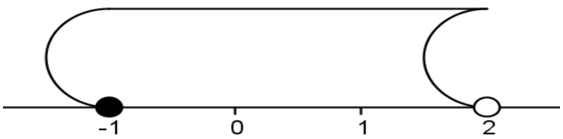
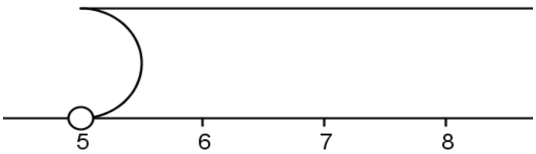
Przedziały liczbowe

Nazwa zbioru	**Oznaczenie**	**Warunek, które spełniają liczby należące do zbioru**	**Ilustracja graficzna**
Przedział otwarty	(a,b)	$a<x<b$	
Przedział domknięty	$\langle a,b\rangle$	$a\le x\le b$	
Przedział prawostronnie domknięty	$(a,b\rangle$	$a<x\le b$	
Przedział lewostronnie domknięty	$\langle a,b)$	$a\le x<b$	
Przedziały nieograniczone otwarte	$(a,+\infty)$	$x>a$	
	$(-\infty,a)$	$x<a$	
Przedziały nieograniczone domknięte	$\langle a,+\infty)$	$x\ge a$	
	$(-\infty,a\rangle$	$x\le a$	

Przykład 1.8.1. Rozwiązania nierówności przedstaw na osi liczbowej i zapisz za pomocą przedziału

a) $-1 \le x < 2$;

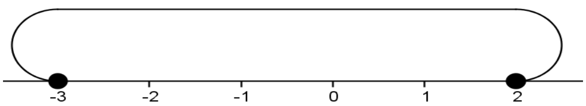
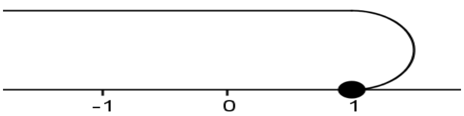
b) $x > 5$

Rozwiązanie	**Komentarz**
a) $-1 \le x < 2$;  $x \in \langle -1, 2)$	Rozwiązanie nierówności przedstawiamy na osi liczbowej. Nierówność zapisujemy za pomocą przedziału.
b) $x > 5$  $x \in (5, +\infty)$	Rozwiązanie nierówności przedstawiamy na osi liczbowej. Nierówność zapisujemy za pomocą przedziału.

Przykład 1.8.2. Opisz za pomocą nierówności oraz zaznacz na osi liczbowej przedział:

a) $x \in \langle -3, 2 \rangle$

b) $x \in (-\infty, 1\rangle$

Rozwiązanie	**Komentarz**
a) $x \in \langle -3, 2 \rangle$ $-3 \le x \le 2$ 	Opisujemy przedział za pomocą nierówności. Przedział zaznaczamy na osi liczbowej.
b) $x \in (-\infty, 1\rangle$ $x \le 1$ 	Opisujemy przedział za pomocą nierówności. Przedział zaznaczamy na osi liczbowej.

Przykład 1.8.3. Wypisz wszystkie liczby całkowite należące do przedziału $\langle -1, 3)$

Rozwiązanie	Komentarz
Odp.: -1, 0,1,2	Rozwiązaniem zadania są wszystkie liczby całkowite mniejsze od 3 i niemniejsze od –1.

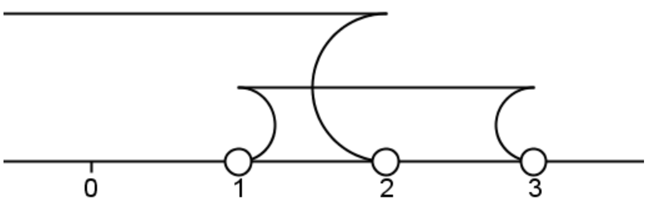
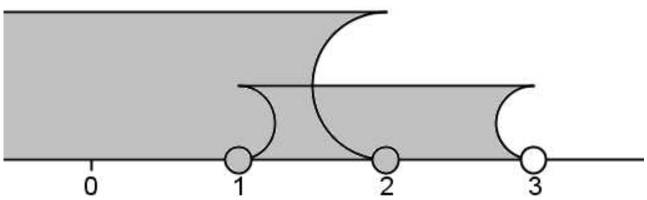
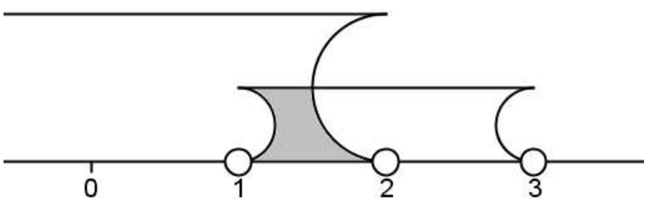
Przykład 1.8.4. Zapisz jako przedział zbiór liczb rzeczywistych:

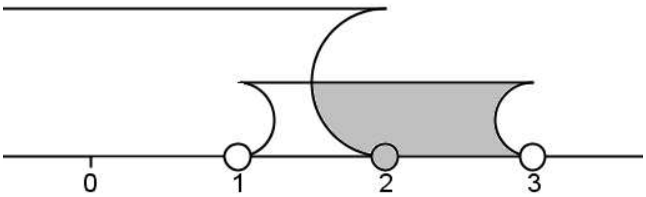
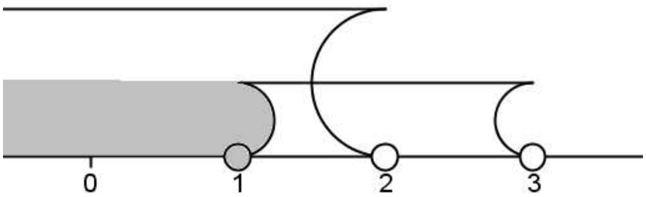
a) dodatnich
b) nieujemnych.

Rozwiązanie	Komentarz
a) zbiór liczb rzeczywistych dodatnich Odp.: $(0,+\infty)$	0 nie jest liczbą ani dodatnią ani ujemną.
b) zbiór liczb rzeczywistych nieujemnych Odp.: $\langle 0,+\infty)$	Liczby nieujemne to liczby dodatnie oraz zero.

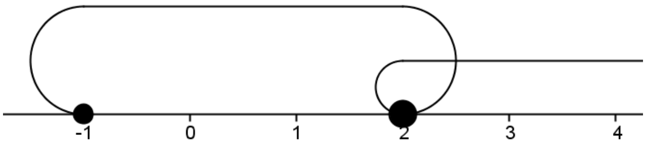
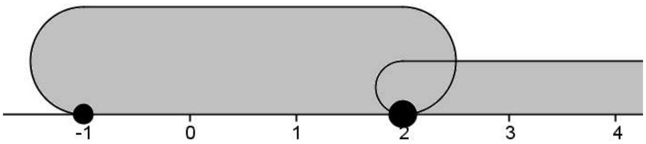
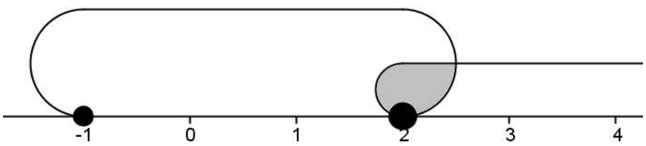
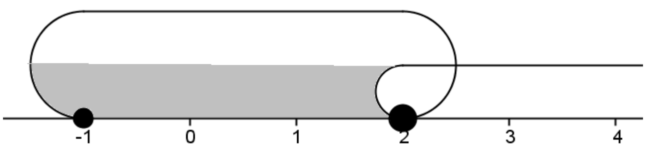
Przykład 1.8.5. Wykonaj działania $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$ jeśli:

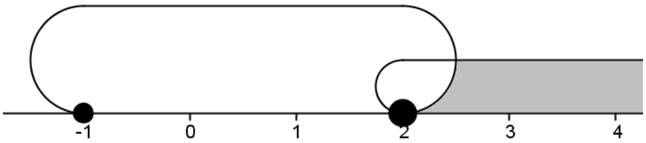
a) $A = (1,3)$ $B = (-\infty,2)$

Rozwiązanie	Komentarz
a) $A = (1,3)$ $B = (-\infty,2)$ 	Zaznaczamy przedziały na osi liczbowej.
 $A \cup B = (-\infty,3)$	Wyznaczamy sumę („wszystko”) przedziałów
 $A \cap B = (1,2)$	Wyznaczamy iloczyn (część wspólną) przedziałów

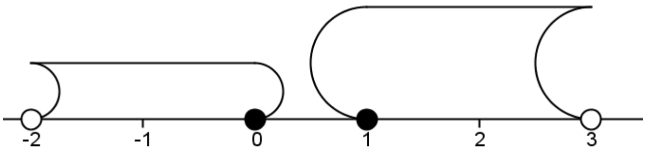
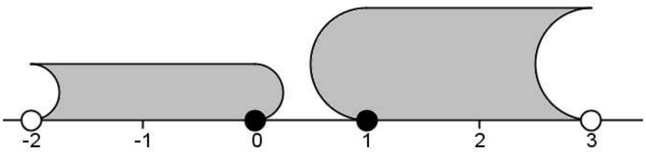
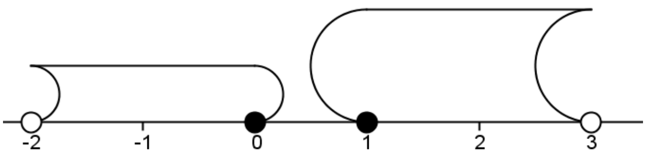
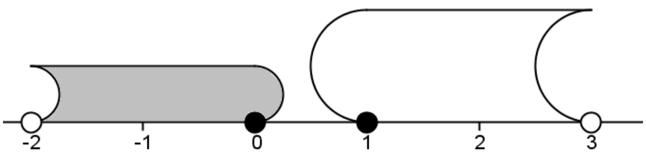
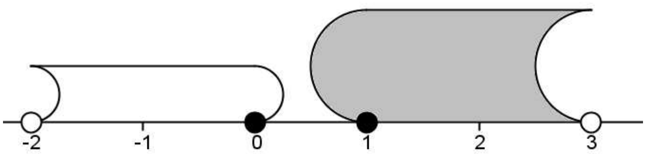
 $A \setminus B = \langle 2,3)$	Wyznaczamy różnicę $A \setminus B$. Ze zbioru A „ wyrzucamy ”te liczby , które należą do zbioru B. 2 nie należy do zbioru B, więc jej „nie wyrzucamy”.
 $B \setminus A = (-\infty,1\rangle$	Wyznaczamy różnicę $B \setminus A$. Ze zbioru B „ wyrzucamy ”te liczby , które należą do zbioru A. 1 nie należy do zbioru A, więc jej „nie wyrzucamy”.

b) $A = \langle -1,2\rangle \quad B = \langle 2,+\infty)$

Rozwiązanie	**Komentarz**
b) $A = \langle -1,2\rangle \quad B = \langle 2,+\infty)$ 	Zaznaczamy przedziały na osi liczbowej.
 $A \cup B = \langle -1,+\infty)$	Wyznaczamy sumę („wszystko”) przedziałów
 $A \cap B = \{2\}$	Wyznaczamy iloczyn (część wspólną) przedziałów. 2 należy do zbioru A i do zbioru B, zatem należy do części wspólnej tych zbiorów.
 $A \setminus B = \langle -1, 2)$	Wyznaczamy różnicę $A \setminus B$. Ze zbioru A „ wyrzucamy ”te liczby , które należą do zbioru B. 2 należy do zbioru B, więc ją „ wyrzucamy”.

 $B \setminus A = (2, +\infty)$	Wyznaczamy różnicę $B \setminus A$. Ze zbioru B „ wyrzucamy ”te liczby , które należą do zbioru A. 2 należy do zbioru A, więc ją „wyrzucamy”

c) $A = \left(-2, 0\right\rangle \quad B = \left\langle 1, 3\right)$

Rozwiązanie	Komentarz
c) $A = \left(-2, 0\right\rangle \quad B = \left\langle 1, 3\right)$ 	Zaznaczamy przedziały na osi liczbowej.
 $A \cup B = \left(-2, 0\right\rangle \cup \left\langle 1, 3\right)$	Wyznaczamy sumę („wszystko”) przedziałów
 $A \cap B = \varnothing$	Wyznaczamy iloczyn (część wspólną) przedziałów. Przedziały nie mają części wspólnej. Przedziały są rozłączne.
 $A \setminus B = \left(-2, 0\right\rangle$	Wyznaczamy różnicę $A \setminus B$.
 $B \setminus A = \left\langle 1, 3\right)$	Wyznaczamy różnicę $B \setminus A$.

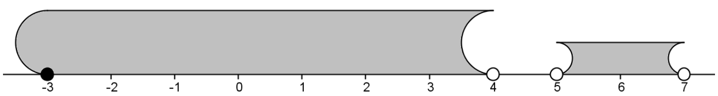
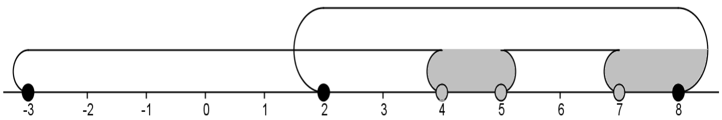
<u>Przykład 1.8.6.</u> Dane są zbiory

$A=\{x\in R: -3\le x<4\}$

$B=\{x\in R: 2\le x\le 8\}$

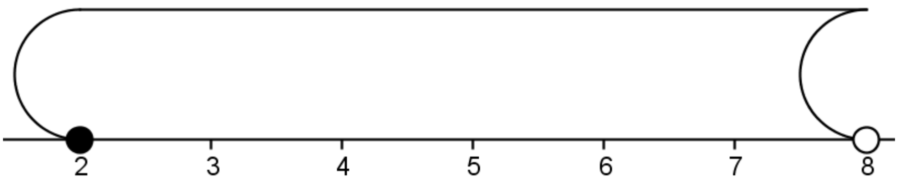
$D=\{x\in R: 5<x<7\}$

Wyznacz zbiór $B\setminus(A\cup D)$

Rozwiązanie	Komentarz
$A=\{x\in R: -3\le x<4\}=\langle -3,4)$ $B=\{x\in R: 2\le x\le 8\}=\langle 2,8\rangle$ $D=\{x\in R: 5<x<7\}=(5,7)$	Zbiory A,B,D zapisujemy jako przedziały.
 $A\cup D=\langle -3,4)\cup(5,7)$	Wykonujemy działanie $A\cup D$. Na osi liczbowej zaznaczamy przedziały A i D
 $B\setminus(A\cup D)=\langle 4,5\rangle\cup\langle 7,8\rangle$	Wykonujemy działanie $B\setminus(A\cup D)$ Na osi liczbowej zaznaczamy przedziały $A\cup D$ i B Ze zbioru B „ wyrzucamy ”te liczby , które należą do zbioru $A\cup D$

ĆWICZENIA

<u>Ćwiczenie 1.8.1.</u> (2pkt.) Narysowany przedział zapisz symbolicznie i za pomocą nierówności



schemat oceniania

Numer odpowiedzi	Odpowiedź	Liczba punktów
1	Zapisanie przedziału symbolicznie	1
2	Zapisanie przedziału za pomocą nierówności	1

Ćwiczenie 1.8.2. (4pkt.) Wykonaj działania $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$ jeśli

$A = (-\infty, 3) \qquad B = \langle 2,4 \rangle$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Podanie $A \cup B$	1
2	Podanie $A \cap B$	1
3	Podanie $A \setminus B$	1
4	Podanie $B \setminus A$	1

Ćwiczenie 1.8.3. (5pkt.) Wyznacz zbiór $(D / B) \cup A$, jeśli

$A = \{x \in R : -4 \le x < 5\}$

$B = \{x \in R : 0 \le x \le 7\}$

$D = \{x \in R : -1 < x < 8\}$

schemat oceniania

Numer odpowiedzi	**Odpowiedź**	**Liczba punktów**
1	Zapisanie zbioru A jako przedział.	1
2	Zapisanie zbioru B jako przedział.	1
3	Zapisanie zbioru D jako przedział.	1
4	Wyznaczenie zbioru (D / B)	1
5	Wyznaczenie zbioru $(D / B) \cup A$	1